

doi:10.14132/j.cnki.1673-5439.2020.06.008

基于改进粒子群算法的星载多波束天线干扰源定位

阮岑^{1,2}, 谢继东^{1,2}, 赵凡^{1,2}

(1. 南京邮电大学 通信与网络技术国家地方联合工程研究中心, 江苏 南京 210003)
(2. 南京邮电大学 宽带无线通信与传感网技术教育部重点实验室, 江苏 南京 210003)

摘要: 基于多波束天线的频分复用原理, 介绍了一种利用星载多波束天线实现干扰源定位的方法。根据多波束天线方向图的函数表达式建立了定位方程组。在定位过程中, 重点分析了增益误差和波束指向误差对最终定位精度的影响。同时考虑到定位方程组的非线性特性, 提出用一种基于网格搜索的粒子群算法进行求解, 并利用蒙特卡洛方法进行仿真实验。最后, 在解算速度和解算准确度这两个方面将该算法与传统的粒子群算法进行比较, 结果表明该算法的有效性。

关键词: 干扰源定位; 多波束天线; 定位误差; 基于网格搜索的粒子群算法

中图分类号: TN927+.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-5439(2020)06-0050-06

Interference source location of spaceborne multi-beam antenna based on improved PSO

RUAN Cen^{1,2}, XIE Jidong^{1,2}, ZHAO Fan^{1,2}

(1. National Local Joint Engineering Research Center for Communication and Network Technology, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)
(2. Key Lab of Broadband Wireless Communication and Sensor Network Technology, Ministry of Education, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

Abstract: Based on the principle of frequency division multiplexing of multi-beam antennas, a method for locating interference sources using spaceborne multi-beam antenna is introduced. Based on the function expression of the multi-beam antenna pattern, a set of positioning equations is established. During the positioning process, the effects of the gain error and the beam pointing error on the final positioning accuracy are analyzed. Meanwhile, considering the nonlinear characteristics of the positioning equations, a particle swarm algorithm based on grid search is proposed to solve the problem, and a Monte Carlo method is used for simulation experiments. Finally, the algorithm is compared with the traditional particle swarm algorithm in two aspects: the speed and the accuracy. The result shows the effectiveness of the new algorithm.

Keywords: interference location; multi-beam antenna; positioning error; PSO based on grid search

卫星通信相对于地面通信而言, 具有覆盖范围广、通信距离远、不受地理环境限制等突出优点, 因而发展十分迅速。如今, 卫星的应用已经不局限于通讯, 而是渗透在导航定位、军事侦察、气象预报等

各个领域^[1]。对于采用大型展开式多波束天线的卫星通信系统, 在提高了接收信号灵敏度的同时, 容易受到各种有意或者无意的干扰, 这对卫星的通信工作造成了不同程度的影响。因此, 急需一种快速

收稿日期: 2020-02-05; 修回日期: 2020-05-08 本刊网址: <http://nyzr.njupt.edu.cn>

基金项目: 国家自然科学基金(91738201)资助项目

作者简介: 阮岑, 女, 硕士研究生; 谢继东(通信作者), 男, 博士, 教授, feng@njupt.edu.cn

引用本文: 阮岑, 谢继东, 赵凡. 基于改进粒子群算法的星载多波束天线干扰源定位[J]. 南京邮电大学学报(自然科学版), 2020, 40(6): 50-55.

有效的方法对地面干扰源进行有效排查。

传统的干扰源定位技术是基于信号到达时间差(TDOA)、到达频率差(FDOA)、到达角(AOA)以及它们的联合定位技术^[2-3],虽然定位精度高、定位速度快、系统复杂度低,但是至少需要两颗符合条件的卫星相互配合。为了避免选择邻星的困难,同时减少对轨道资源的消耗,单星定位技术逐渐发展起来。

日本学者曾提出基于波束扫描的比幅测向定位法,即两个波束接收到的信号功率比等于信号入射方向的增益比,而增益比是关于方向角的函数,所以通过两个波束接收功率比可以确定信号的来向^[4]。王华力等人将各个点波束视为天线阵元,应用空间谱估计技术实现对干扰信号到达角的高分辨率估计,从而实现定位。该方法算法较复杂,要求卫星有足够的星上处理能力,实现难度大^[5]。

在本文提出的单星定位技术中,根据多波束天线的频分复用原理^[6],提出利用多个同频波束进行干扰源定位。假定干扰源位于多个波束中的某个位置,则干扰信号在这些波束中会分别获得不同增益,在此基础上建立未知数为干扰源的定位方程组。求解此方程组,可以实现干扰源的定位。

1 定位原理

1.1 理论分析

对于大型星载多波束天线,同频波束间增益重叠区较大。当干扰信号较强时,主受干扰的波束和离干扰源较近的同频复用的邻近波束都能收到干扰信号^[7-8]。可以由不同波束接收到的干扰信号相对强度不同的特点来实现干扰源的定位。定位模型如图1所示。

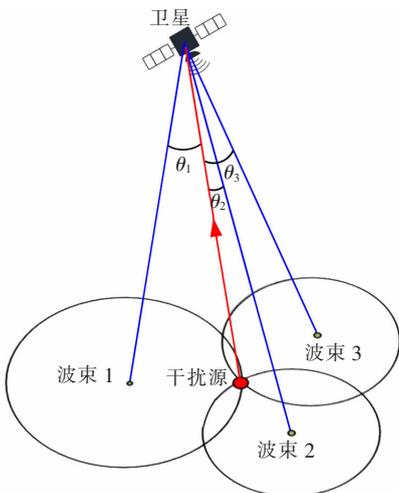


图1 单星定位模型

参考文献[9]给出多波束天线方向图的函数表达式,见式(1),提出天线增益可以通过信号入射方向与波束中心指向之间的夹角 θ 近似计算得到。

$$G = G_0 \left[\frac{J_1(u)}{2u} + 36 \frac{J_3(u)}{u^3} \right]^2 \quad (1)$$

其中, $u = 2.071 23 \sin\theta / \sin(\theta_{3\text{dB}})$, J_1 和 J_3 分别是1阶、3阶第一类贝塞尔函数,波束中心增益 $G_0 = \pi^2 D^2 \eta / \lambda^2$ 。 $\theta_{3\text{dB}}$ 是3 dB夹角, D 是天线孔径, η 是天线效率, λ 是辐射信号波长。

1.2 公式推导

为了得到定向方程组,分析如图1所示情形下的链路特点。假定卫星、波束1、波束2、波束3...波束 k 的中心点坐标均已知,在空间直角坐标系下分别为向量 $\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3 \dots \mathbf{r}_k$,干扰源位置坐标设为 $\mathbf{r}_l = (x, y, z)$ 。

首先对波束1进行分析:从空间上看干扰源、卫星、波束1这三点构成一个三角形,根据余弦定理,干扰源与卫星连线偏离波束1中心点与卫星连线的夹角 q_1 可以表示为:

$$q_1 = \arccos \frac{(\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_1)^2 + (\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_l)^2 - (\mathbf{r}_l - \mathbf{r}_1)^2}{2(\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_1)(\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_l)} \quad (2)$$

同理,对于波束 k 可以得到:

$$q_k = \arccos \frac{(\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_k)^2 + (\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_l)^2 - (\mathbf{r}_l - \mathbf{r}_k)^2}{2(\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_k)(\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_l)} \quad (3)$$

其中, $k = 2, 3, \dots$

结合式(1)给出的天线方向图函数表达式,可以得到干扰源入射方向对应星上天线波束 k 的增益为: $G(q_k)$ 。 $G(q_k)$ 含义为入射角度为 q_k 的辐射源在波束 k 中获得的增益。

干扰信号从地面到达卫星的过程中,会有自由空间传输损耗,设为 L 。假定干扰源的发射功率和卫星天线增益分别为 P_T 和 G_T 。测量得到的波束 k 接收得到的干扰信号强度为 P_k 。则对于波束 k 可以得到以下的链路方程:

$$[P_k] = [P_i] + [G_i] + [G(q_k)] - [L] \quad (4)$$

由此可以列出等增益方程组(单位:dB):

$$\begin{cases} [P_1] = [P_i] + [G_i] + [G(q_1)] - [L] \\ [P_2] = [P_i] + [G_i] + [G(q_2)] - [L] \\ [P_3] = [P_i] + [G_i] + [G(q_3)] - [L] \\ \vdots \\ [P_k] = [P_i] + [G_i] + [G(q_k)] - [L] \end{cases} \quad (5)$$

将它们两两相减,消去 $[P_i]$ 、 $[G_i]$ 和 $[L]$,并结合WGS-84坐标系下的地球椭球模型方程^[10]得到:

$$\begin{cases} [P_2] - [P_1] = [G(q_2)] - [G(q_1)] \\ [P_3] - [P_2] = [G(q_3)] - [G(q_2)] \\ \vdots \\ [P_k] - [P_{k-1}] = [G(q_k)] - [G(q_{k-1})] \\ x^2 + y^2 + \frac{z^2}{1-e^2} = a^2 \end{cases} \quad (6)$$

其中, a 为地球的长半轴, e 为 WGS-84 坐标系中地球椭球第一偏心率。

2 误差分析

2.1 理论推导

在定位过程中, 干扰源的具体位置由定位方程组(6)给出, 本小节主要考虑干扰信号相对强度测量误差、波束中心位置误差对最终定位结果的影响。

记: $\lambda_{k(k-1)} = [P_k] - [P_{(k-1)}]$, $f_{k(k-1)} = [G(q_k)] - [G(q_{(k-1)})]$ ($k=2, 3, 4, \dots$), 则方程组(6)可以转化为以下形式:

$$\begin{cases} \lambda_{21} = f_{21} \\ \lambda_{32} = f_{32} \\ \vdots \\ \lambda_{k(k-1)} = f_{k(k-1)} \\ x^2 + y^2 + \frac{z^2}{1-e^2} = a^2 \end{cases} \quad (7)$$

对方程组(7)进行全微分得到式(8):

$$\begin{cases} d\lambda_{k(k-1)} = \frac{\partial f_{k(k-1)}}{\partial x} dx + \frac{\partial f_{k(k-1)}}{\partial y} dy + \frac{\partial f_{k(k-1)}}{\partial z} dz + \\ \frac{\partial f_{k(k-1)}}{\partial x_{(k-1)}} dx_{(k-1)} + \frac{\partial f_{k(k-1)}}{\partial y_{(k-1)}} dy_{(k-1)} + \frac{\partial f_{k(k-1)}}{\partial z_{(k-1)}} dz_{(k-1)} + \\ \frac{\partial f_{k(k-1)}}{\partial x_k} dx_k + \frac{\partial f_{k(k-1)}}{\partial y_k} dy_k + \frac{\partial f_{k(k-1)}}{\partial z_k} dz_k \\ da = \frac{x}{a} dx + \frac{y}{a} dy + \frac{z}{a(1-e^2)} dz \end{cases} \quad (8)$$

$k=2, 3, 4, \dots$

将式(8)整理成矩阵的形式如下:

$$dE = W_0 dX + W_1 dX_1 + \dots + W_k dX_k \quad (9)$$

即:

$$dX = W_0^{-1} (dE - W_1 dX_1 \dots - W_k dX_k) \quad (10)$$

其中:

$$W_0 = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{21}}{\partial x} & \frac{\partial f_{21}}{\partial y} & \frac{\partial f_{21}}{\partial z} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_{k(k-1)}}{\partial x} & \frac{\partial f_{k(k-1)}}{\partial y} & \frac{\partial f_{k(k-1)}}{\partial z} \\ \frac{x}{a} & \frac{y}{a} & \frac{z}{a(1-e^2)} \end{bmatrix},$$

$$W_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{21}}{\partial x_1} & \frac{\partial f_{21}}{\partial y_1} & \frac{\partial f_{21}}{\partial z_1} \\ 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, W_2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{21}}{\partial x_2} & \frac{\partial f_{21}}{\partial y_2} & \frac{\partial f_{21}}{\partial z_2} \\ \frac{\partial f_{32}}{\partial x_2} & \frac{\partial f_{32}}{\partial y_2} & \frac{\partial f_{32}}{\partial z_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$W_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial f_{32}}{\partial x_3} & \frac{\partial f_{32}}{\partial y_3} & \frac{\partial f_{32}}{\partial z_3} \\ \frac{\partial f_{43}}{\partial x_3} & \frac{\partial f_{43}}{\partial y_3} & \frac{\partial f_{43}}{\partial z_3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$W_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial f_{k(k-1)}}{\partial x_k} & \frac{\partial f_{k(k-1)}}{\partial x_k} & \frac{\partial f_{k(k-1)}}{\partial x_k} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, dE = \begin{bmatrix} d\lambda_{21} \\ d\lambda_{32} \\ \vdots \\ d\lambda_{k(k-1)} \\ da \end{bmatrix},$$

$$dX = \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}, dX = \begin{bmatrix} dx_i \\ dy_i \\ dz_i \end{bmatrix}, k=1, 2, \dots, k$$

2.2 仿真分析

为分析本文所提出的定位方法的性能, 本节对定位精度与各种误差因素的关系进行仿真。

在三波束($k=3$)的情况下: 假定波束1、波束2、波束3的中心位置分别为: (E136.383°, N39.9°)、(E124.067°, N30.75°)、(E139.283°, N26.083°); 星下点的位置为 (E113.883°, N29.967°); 卫星轨道高度为 35 786 km, 轨道倾角为 0°。

分别引入 1 dB 的相对增益测量误差 ($d\lambda_1 = d\lambda_2 = 1$ dB) 和 10 000 m 的波束中心位置偏差 ($dx_1 = dx_2 = dx_3 = 10$ 000 m)。对上述两种误差单独存在时的情况进行仿真, 结果分别如图 2 和图 3 所示。

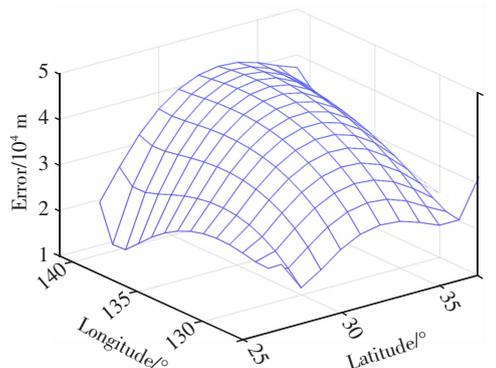


图 2 相对增益测量误差

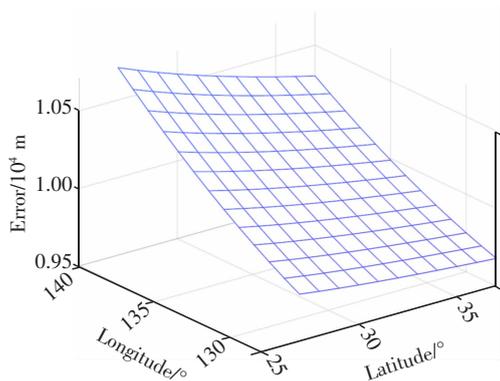


图3 波束中心位置误差

如图2所示,该场景下,在仅存在1 dB的相对增益测量误差的情况下,当干扰源越靠近某一个波束中心的时候产生的定位误差就越小,越靠近三波束围成的区域中心的时候定位误差越大。

如图3所示,在仅存在10 000 m的波束中心位置偏差的情况下,当干扰源距离星下点较近的时候,定位误差近似等于波束中心位置偏差,当干扰源距离星下点越远,定位误差受到波束中心位置误差的影响会加大。

综上所述,在三波束的情况下,相对增益测量误差对最终定位精度的影响较大,当相对增益测量误差为1 dB时,最终的定位结果距离干扰源真实位置会发生10 000 m到50 000 m的偏差。

3 本文算法

3.1 算法介绍

考虑到 $G(q_i)$ 为非线性函数,因而方程组(6)属于非线性方程组。对于非线性方程组的求解常用的有泰勒展开法、牛顿迭代法等,但是求解过程大多比较繁琐^[11-12]。为了进一步提高定位精度以及加快方程组的解算速度,本文提出了一种基于网格搜索的粒子群算法。相比较传统的粒子群算法^[13-15],该算法主要通过划分网格以及在网格中多次随机取点的方式来代替传统粒子群算法中的部分种群的搜索工作。以解算 $k=3$ 时的方程组(6)为例,具体步骤如下:

(1) 建立目标函数: $f(x, y, z)$

$$f(x, y, z) = [(P_2 - P_1) - (G(q_2) - G(q_1))]^2 + [(P_3 - P_2) - (G(q_3) - G(q_2))]^2 \quad (11)$$

(2) 初始化:在三个定位波束中心点坐标范围内随机产生未知分量 x 和 y ,将其作为粒子群搜索中种群的初始位置。将粒子群算法在二维空间内搜索得的最优解记为 (x_0, y_0) 。

(3) 以 (x_0, y_0) 为中心点,在 (x_0, y_0) 附近建立正方形的搜索区域 S 。在区域 S 内,通过多次随机取点的方式来不断细化网格,以寻找最接近干扰源真实位置的点。具体方法如下:

步骤1:首先将区域 S 以田字格的方式划分成4个子网格。

步骤2:在这4个子网格里分别进行多次随机取点,记录这些点的坐标 (x, y) ,再由地球椭球模型方程解算出 z 。

步骤3:将 (x, y, z) 代入目标函数进行分析判断,将目标函数值最小的随机点作为本次划分的“局部最优解”。

步骤4:将“局部最优解”所在的子网格进一步划分出4个更小的子网格,重复步骤2和3,不断更新“局部最优解”,以确定下一次继续对哪一个子网格进行划分。在划分到一定的次数后,停止划分,将此时的“局部最优解”看作干扰源的全局最优解。

3.2 算法仿真

在三波束($k=3$)的情况下:假定波束1、2、3的中心位置分别为:(E116.383°, N39.9°)、(E104.067°, N30.75°)、(E119.283°, N26.083°);星下点的位置为(E113.383°, N29.967°);干扰源的真实位置为(E113°, N29°)。卫星轨道高度35 786 km,轨道倾角是0°。

运用传统的粒子群算法进行搜索求解时,将最大迭代次数设置为200次,种群规模设置为20。

运用改进后的粒子群算法进行求解时将种群规模减少到10,在引入网格划分过程中,将网格划分次数设置为5次,每次划分产生的4个子网格中的随机取点数设置为10。其他参数与传统粒子群算法中的参数保持一致。

仿真次数设置为100次,取平均值得到结果。200次迭代之后两种算法已经完全收敛,此时它们的解算误差与解算时间如表1所示。

表1 算法解算性能比较

| 算法 | 解算误差/m | 解算时间/s |
|-------|------------------------|--------|
| 粒子群 | 1.159×10^{-7} | 27 |
| 改进粒子群 | 6.817×10^{-8} | 14 |

同时考虑到相对增益测量误差对定位结果影响较大,在方程组的解算过程中引入了均值为1 dB的相对增益测量误差,在保证上述各个参数不变的情况下,进行了100次仿真,仿真结果分别如表2、图4和图5所示。表2展示了这两种算法在迭代200次

之后的定位误差与定位时间。图 4 和图 5 分别对比了两种算法的定位误差和定位时间随迭代次数发生的变化,其中实线是传统的粒子群算法,虚线指代基于网格搜索的粒子群算法,横坐标表示的是迭代次数,纵坐标分别表示的是定位误差和定位时间。

表 2 算法定位性能比较

| 算法 | 定位误差/m | 定位时间/s |
|-------|--------------------|--------|
| 粒子群 | 3.67×10^4 | 26 |
| 改进粒子群 | 3.01×10^4 | 12 |

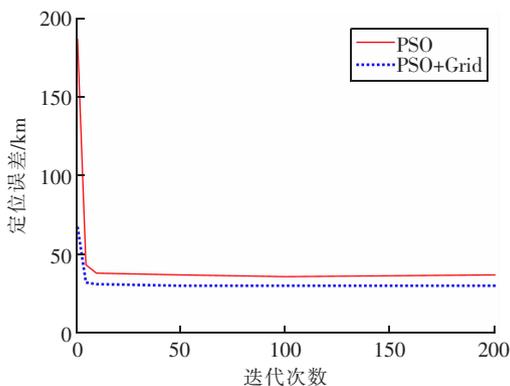


图 4 迭代次数与定位误差的关系

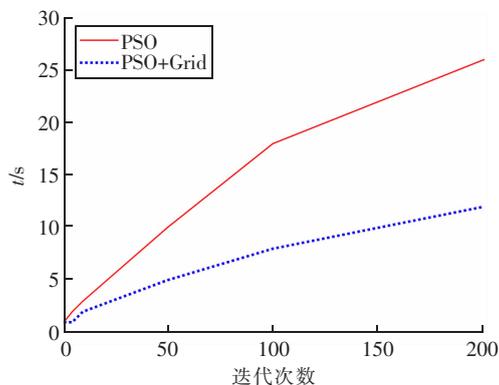


图 5 迭代次数与定位时间的关系

结果显示:两种算法都具有较强的收敛性。由于网格搜索过程的引入,在迭代 200 次之后,改进后算法的定位时间下降为传统的粒子群算法的一半;改进后的粒子群算法的定位精度相比传统的粒子群算法有所提高。仿真结果说明了该算法的有效性。

同时在上述场景下,1 dB 的相对增益测量误差会带来 30 km 左右的定位误差,可见相对增益测量误差对最终的定位结果影响较大。为了进一步减小定位误差,下面增加到 6 个定位波束($k=6$),并比较改进后的算法在三波束和六波束的情况下的定位结果。仿真中,波束 1、2、3 的位置不变,增加的波束 4、5、6 的位置分别为:(E105.012°, N25.192°)、(E113.067°, N36.75°)、(E117.322°, N32.66°),进

行 100 次仿真,得到的最终定位结果分别如图 6 和图 7 所示,对应的定位误差分别为 31.023 km 和 18.658 km。

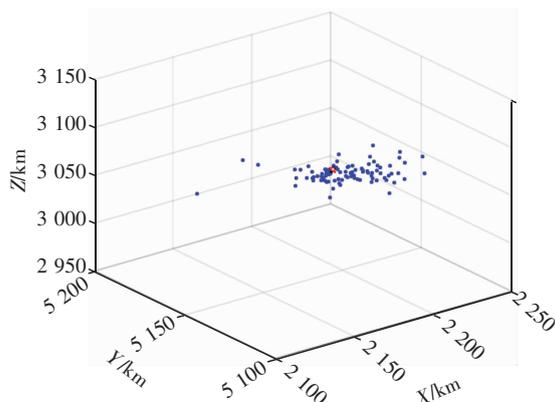


图 6 三波束时的定位结果

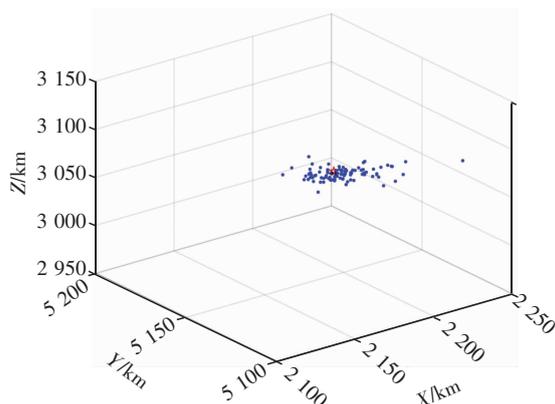


图 7 六波束时的定位结果

图中红色五角星表示干扰源的真实位置,蓝色的点表示每次仿真得到的最优解,可以看出在六波束的情况下,每次仿真得到的最优解更加趋近于干扰源的真实位置。

从理论分析和仿真结果可以得出结论,在存在功率误差的情况下,通过增加波束的数量可以提高定位精度。但是,随着波束数量的增加,也会引入更多的相对增益测量误差,系统的复杂性和计算难度将不可避免地增加。因此,需要在定位精度和复杂度之间作出权衡。

作为一项干扰源定位技术,本文提出的定位方法的改进空间非常大。在定位方式上可以通过增加定位波束来提高定位精度,在算法上可以通过增加网格搜索的次数来进一步提高定位精度。同时为了更好地实际应用,可以考虑先利用该定位方法将干扰源初步确定在一个大致区域,之后与无人机的时差定位相结合,可以将干扰源的位置确定在一个较小的范围内。

4 结束语

基于星载多波束天线的单星定位技术具有所需卫星数目少、参数测量限制小的特点,但是该方法的定位精度主要依赖于干扰信号强度估计与天线方向图的测量精度。本文首先推导出单星多波束定位的定位方程组,分析了相对增益测量误差和波束中心位置偏差对定位结果的影响,并进行相关仿真。针对定位方程组的求解提出一种基于网格搜索的粒子群算法,并与传统的粒子群算法在解算速度和准确度上进行比较,结果表明改进后的粒子群算法在提高了解算速度的同时,对定位精度也有所优化。同时,虽然本文在误差方面做了一些分析,但依然不够全面,考虑到的误差因素较少,仅仅分析了相对增益测量误差和波束指向误差,而真实的环境中情况会更加复杂,不仅存在很多误差因素,还会有多个误差因素相互作用的情况,对于这些误差的分析以及如何减小这些误差将是下一步继续研究的内容。

参考文献:

- [1] SHUZO K, SHINGO O, YUTAKA Y. Current and future mobile satellite communication systems [J]. IEICE Transactions on Communications, 1991, 74(8): 2201 – 2210.
- [2] LIU C F, YANG J, WANG F S. Joint TDOA and AOA location algorithm [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2013, 24(2): 183 – 188.
- [3] BIN Y Z, LEI W, QUN C P, et al. Passive satellite localization using TDOA/FDOA/AOA measurements [C] // IEEE Conference Anthology. 2011: 372 – 376.
- [4] MATSUMOTO Y, TANAKA M, OKAZAWA H, et al. Satellite interference location system using on-board multibeam antenna [J]. Electronics and Communications in Japan (Part I: Communications), 1997, 80(11): 22 – 33.
- [5] CHENG Anqi, WANG Huali. Adaptive zero-adjustment and interference source location technology based on dual space of satellite planar array multi-coaxial antenna [J]. Electronic Journal, 2008, 36(7): 1279 – 1290.
- [6] ZAGHLOUL A I, HWANG Y, SORBELLO R M, et al. Advances in multibeam communications satellite antennas [J]. Proceedings of the IEEE, 1990, 78(7): 1214 – 1232.
- [7] JORGENSEN R, BALLING P, ENGLISH W. Dual offset reflector multibeam antenna for international communications satellite applications [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1985, 33(12): 1304 – 1312.
- [8] AMYOTTE E, DEMERS Y, HILDEBRAND L, et al. A review of multibeam antenna solutions and their applications [C] // 8th European Conference on Antennas and Propagation. IEEE, 2014.
- [9] CAINI C, CORAZZA G E, FALCIASECCA G, et al. A spectrum-and power-efficient EHF mobile satellite system to be integrated with terrestrial cellular systems [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 1992, 10(8): 1315 – 1325.
- [10] 钟丹星, 邓新蒲, 周一宇. 一种基于 WGS-84 地球面模型的卫星测时差定位算法 [J]. 宇航学报, 2003, 24(6): 569 – 573.
ZHONG Danxing, DENG Xinpu, ZHOU Yiyu. A location method based on WGS-84 earth model using satellites TDOA measurements [J]. Journal of Astronautics, 2003, 24(6): 569 – 573. (in Chinese)
- [11] ZHANG Yunong, XU Peng, TAN Ning. Solution of nonlinear equations by continuous-and discrete-time Zhang dynamics and more importantly their links to Newton iteration [C] // 7th International Conference on Information, Communications and Signal Processing. 2009: 29 – 33.
- [12] JULIER S, UHLMANN J, DURRANT-WHYTE H F. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(3): 477 – 482.
- [13] CLERC M, KENNEDY J. The particle swarm—explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(1): 58 – 73.
- [14] COUCEIRO M, GHAMISI P. Particle swarm optimization [M] // Fractional Order Darwinian Particle Swarm Optimization. Cham: Springer International Publishing, 2015: 1 – 10.
- [15] SHI Y, EBERHART R C. Empirical study of particle swarm optimization [C] // Proceedings of Congress on Evolutionary Computation. 1999: 1945 – 1950.