

无线传感器网络中基于空间相关性的分布式压缩感知

胡海峰¹, 杨震²

(1. 南京邮电大学 江苏省无线通信重点实验室, 江苏 南京 210003)
(2. 南京邮电大学 信号处理与传输研究院, 江苏 南京 210003)

摘要:提出了无线传感器网络中基于空间相关性的分布式压缩感知模型和分布式压缩感知算法,利用无线传感器网络节点间感知数据的空间相关性和联合稀疏模型,结合分布式压缩感知编解码算法,以能量有效的方式对无线传感器网络的感知数据进行压缩、重构。最后,通过仿真分析了分布式压缩感知重构误差和压缩比之间的关系,以及分布式压缩感知在能量有效性方面的性能,仿真结果表明分布式压缩感知以能量有效的方式满足了无线传感器网络中事件估计的精确度要求。

关键词:无线传感器网络;分布式压缩感知;空间相关性

中图分类号:TP393 **文献标识码:**A **文章编号:**1673-5439(2009)06-0012-05

Spatial Correlation-based Distributed Compressed Sensing in Wireless Sensor Networks

HU Hai-feng¹, YANG Zhen²

(1. Jiangsu Key Laboratory of Wireless Communications, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)
(2. Institute of Signal Processing and Transmission, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

Abstract: In this paper, spatial correlation-based Distributed Compressed Sensing (DCS) model and algorithm was presented in Wireless Sensor Networks (WSN), where spatial correlation and joint sparse models between the sensor nodes can be exploited in order to compress and reconstruct sensor observations in an energy efficient manner based on coding/decoding algorithm of DCS. Finally, the analysis of relationship between reconstruction error and compression ratio in DCS and Energy efficient performance of DCS are carried out in simulation. Simulation results show that DCS can achieve acceptable estimation accuracy in an energy efficient way.

Key words: wireless sensor networks; distributed compressed sensing; spatial correlation

0 引言

无线传感器网络(Wireless Sensor Networks, WSN)具有节点数目众多、资源受限,组成节点同构性等特点,如何利用WSN节点感知数据的时、空相关性,以能量有效的方式满足基于感知应用的WSN的QoS(服务质量)要求,是WSN应用亟待解决的问题。

针对上述问题,WSN在收集节点感知数据过程中应用数据融合技术是一种行之有效的手段。近年

来,一种新的数据融合理论——压缩感知CS(Compressed Sensing)^[1-2]逐渐发展起来。根据CS理论,只要信号在某些基上可以稀疏表示,就可以通过少量随机线性观测值来重构信号^[3-4]。压缩感知以优异的压缩性能、非自适应编码和编解码相互独立等特性在通信和信号处理领域得到广泛关注,已经成为国内外研究的热点^[5-7]。

相对于其他的数据融合技术,CS特别适合应用于WSN中,主要因为:(1)编码的低计算复杂度,信

号只需要在随机观测矩阵上进行线性投影,便可计算出压缩后的观测向量。(2) 优异的压缩性能,对于 k -稀疏的 N 维信号只需要 $m = ck$ ($c \geq 4$) 维的观测向量 ($M \ll N$) 便可重构信号。(3) 编解码相互独立性,对于相同的编码方案,可以采样不同的解码技术。以上优点使得 CS 特别适合应用在资源受限的 WSN 中,只需要明确节点感知数据是可压缩的,即在某些正交基上可以稀疏表达,节点侧便可运行低计算开销的编码算法, Sink 节点通过收集节点感知数据的观测向量,运行较为复杂的 CS 解码算法,实现了以非协作方式,即节点间不需要进行数据交换,进行数据压缩和重构,显著减少了网络开销。

但是,CS 理论一般研究如何利用单节点感知数据的内部相关结构 (intra-signal) 进行压缩编解码,考虑到 WSN 节点密集分布,以及节点有一定存储能力的特点,有必要进一步利用 WSN 中节点间感知数据的空间相关性 (inter-signal) 研究分布式压缩感知 DCS (Distributed Compressed Sensing) 算法^[8]。文献 [9] 基于 Slepian-Wolf 信息理论,建立 DCS 的观测率理论,证明了观测率的上界和下界,确定了分布式压缩感知 DCS (Distributed Compressed Sensing) 的信号压缩率;文献 [10] 针对环境监测、MIMO 通信和语音信号排列等应用情景构造了不同的联合稀疏模型,并设计了相应的联合解码算法;文献 [11] 在文献 [10] 的基础上,改进了联合解码算法,提高了数据压缩率;文献 [12] 将 DCS 应用于 WSN,阐述了 DCS 的安全性、容错性和信道容量自适应性等优点。但基于 DCS 的 WSN 数据融合技术研究尚处于起始阶段。因此有必要通过定义各节点基于空间相关性感知数据的联合稀疏性,研究 DCS 如何以非协作方式,通过对各节点的观测向量进行联合重构。

本文提出 WSN 中基于空间相关性的 DCS 模型和分布式压缩感知算法,利用 WSN 节点间感知数据的空间相关性和联合稀疏模型,以能量有效的方式对 WSN 感知数据进行压缩、重构,并通过仿真验证了模型的有效性和算法性能。

1 空间相关性的分布式压缩感知模型

WSN 中 sink 节点搜集相关传感器节点 (以下简称节点) 的感知数据,对监控区域内发生的事件源 S (如目标跟踪、特定区域的物理量测量) 进行估计,并使得估计结果的失真度 (distortion) 满足应用要求。

由图 1 可知,WSN 监控区域内的事件源 S 会触发分布在事件区域 EA (Event Area) 的节点 n_i ($i = 1, 2, \dots, N$) 获得信息数据 S_i ($i = 1, 2, \dots, N$), 由于 WSN 节点密集分布在监控区域, S_i 之间以及 S_i 和 S 之间存在不同程度的空间相关性,在满足失真度要求的前提下,确定事件区域 EA 的大小,并利用 WSN 中节点间信息数据的空间相关性进行数据压缩和重构,在资源受限的 WSN 中有非常重要的意义。

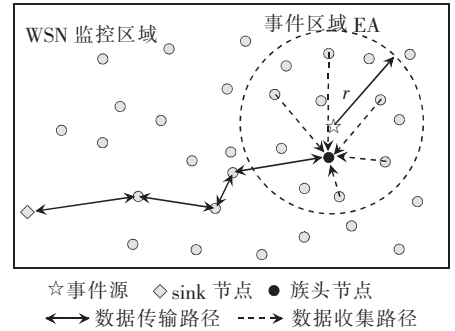


图 1 WSN 中基于空间相关性的分布式压缩感知场景图

假设事件源 S 所在位置为 $(0, 0)$, 事件区域 EA 中节点 $n_{(x,y)}$ 、 $n_{(x_r,y_r)}$ 分别位于坐标 (x, y) 、 (x_r, y_r) , 其信息数据是 $S_{(x,y)}$ 、 $S_{(x_r,y_r)}$, 则变差函数定义为:

$$\gamma(r) = \frac{1}{2} E[(S_{(x,y)} - S_{(x_r,y_r)})^2] \quad (1)$$

其中, $(x - x_r)^2 + (y - y_r)^2 = r^2$, 变差函数越小, 数据之间的相关性越强。根据文献 [13] 的数学模型, 在极坐标中定义节点 $n_{(r,\theta)}$ 的信息数据为 $S_{(r,\theta)}$, WSN 监控区域事件 S 源触发的事件区域 EA 内, 节点 $n_{(0,0)}$ 的信息数据 $S_{(0,0)}$ 和周围节点信息数据有如下相关性:

$$S_{(0,0)} = I_{(U=T)} Y +$$

$$I_{(U=H)} \int_{\theta} \int_r (S_{(r,\theta)} + Z) \delta(R=r) \delta(\Theta=\theta | R=r) r dr d\theta \quad (2)$$

其中, $U=H$ 表示 $S_{(0,0)}$ 由相邻节点 $n_{(r,\theta)}$ 的信息数据 $S_{(r,\theta)}$ 值获得, 其概率为 $1 - \beta$; $U=T$ 表示 $S_{(0,0)}$ 由随机变量 Y 获得, 其概率为 β 。随机变量 Y 和 Z 的分布密度函数分别为 $f_Y(y)$ 和 $f_Z(z)$, 且它们都与 $S_{(r,\theta)}$ 相互独立。变量 Y 反应了相邻节点数据存在无关性特征的情况; 变量 Z 反应了在空间相关性情况下, 相邻节点数据的差异, 其中 $Z \sim N(0, \sigma_z^2)$, 即:

$$f_Z(z) = \frac{1}{\sigma_z \sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2\sigma_z^2}, \text{ 均方差 } \sigma_z^2 \text{ 可由节点历史数据统计求得。}$$

利用变差函数对 WSN 监控区域数据场空间相关特性进行分析, 并根据应用所要求的误差门限值,

计算出事件区域 EA 分布范围,EA 范围内的节点 n_i ($i=1,2,\dots,N$) 形成簇,并选出节点 n_h ($h \in \{1,2,\dots,N\}$) 作为簇头,由簇头收集 EA 范围内节点的感知数据 X_i :

$$X_i = S_i + N_i \quad (i=1,2,\dots,N) \quad (3)$$

其中, S_i 为节点 n_i 获得的信息数据,观测噪声 N_i 为独立同分布的高斯随机变量。注意: X_i 是同一时刻各节点的感知数据。

设矢量 $\mathbf{X}_N = (X_1, X_2, \dots, X_N)^T \in R^N$ 代表 EA 中 N 个节点的感知数据,由于空间相关性,感知数据在小波基 Ψ 上呈现 k -稀疏性^[13],即:

$$\mathbf{X}_N = \Phi \boldsymbol{\theta} \quad (4)$$

其中,变换系数向量(即稀疏系数向量) $\boldsymbol{\theta} = (\lambda_0, \hat{\gamma}_0, \dots, \hat{\gamma}_{J-1})^T$, $\|\lambda_0\|_0 + \sum_{i=0}^{J-1} \|\hat{\gamma}_i\|_0 = k$ 。簇头获得了 \mathbf{X}_N 后,运行 DCS 编码算法,将 k -稀疏信号 \mathbf{X}_N 随机投影到观测矩阵 Φ 上产生了 M ($M = ck < N, 2 \leq c \leq 4$) 个观测数据 $\mathbf{Y}_M = (Y_1, Y_2, \dots, Y_M)^T \in R^M$,即:

$$\mathbf{Y}_M = \Phi \mathbf{X}_N = \Phi \Psi \boldsymbol{\theta} = \Xi \boldsymbol{\theta} \quad (5)$$

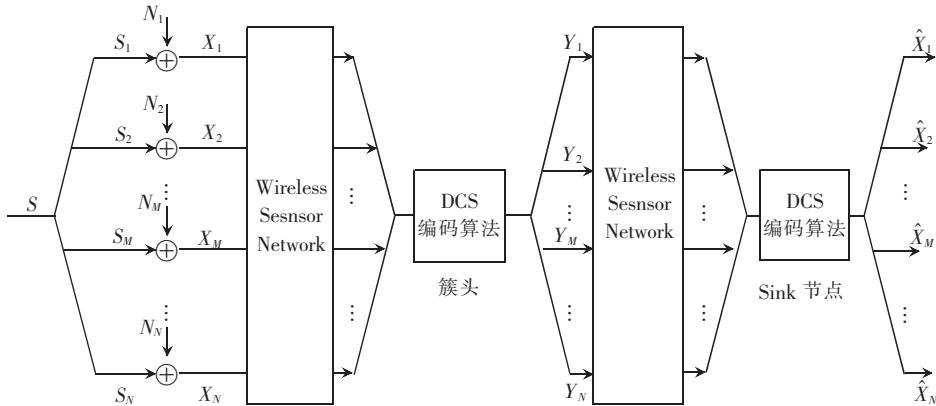


图2 WSN 中基于空间相关性的分布式压缩感知模型

2 空间相关性的分布式压缩感知算法

首先,计算事件区域 EA 的分布范围,假设事件源 S 所在位置 $(0,0)$ 有一虚拟节点 $n_{(0,0)}$,其信息数据为 $S_{(0,0)}$,事件源 S 触发的事件区域边界节点 $n_{(r,\theta)}$ 的信息数据 $S_{(r,\theta)}$ 满足 $|S_{(r,\theta)} - S_{(0,0)}| \leq \mu$,其中 μ 是误差门限,反应了不同位置的信息数据和事件源之间的差异, r 是事件区域 EA 的半径。于是由式(2)可得:

$$\begin{aligned} \gamma(r) &= \frac{1}{2} E[(S_{(r,\theta)} - S_{(0,0)})^2] = \frac{1}{2} E[Z^2] \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\mu}^{\mu} z^2 \frac{1}{\sigma_z \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}} dz \end{aligned}$$

其中, $\Phi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N)$ ($\varphi_i \in R^M, i=1,2,\dots,N$) 与 Ψ 互不连贯(incoherence),且 $\Xi = \Phi \Psi$ 为 DCS 矩阵。

簇头计算出 \mathbf{Y}_M 后,通过无线多跳方式把 \mathbf{Y}_M 传送给 Sink 节点,Sink 节点根据各节点感知数据在小波基的 k -稀疏性,以及随机观测矩阵与基矩阵的不连贯性,Sink 节点运行 DCS 解码算法:

$$\min \|\boldsymbol{\theta}\|_1 \quad \text{subject to} \quad \mathbf{Y}_M = \Phi \Psi \boldsymbol{\theta} \quad (6)$$

通过式(6)的最优稀疏解 $\boldsymbol{\theta}^*$ 可重构各节点感知数据为 $\hat{\mathbf{X}}_N = (\hat{X}_1, \hat{X}_2, \dots, \hat{X}_N)^T = \Psi \boldsymbol{\theta}^*$ 。

从图2可知,事件区域 EA 中的簇头把感知数据向量 $\mathbf{X}_N \in R^N$ 经过 DCS 编码后,生成观测数据向量 $\mathbf{Y}_M \in R^M$ 并传递给 Sink 节点, \mathbf{X}_N 因为空间相关性而呈现 k -稀疏性, $M = ck$ ($2 < c < 4$) 一般小于 N ,而且相对于事件区域的分布范围,簇头距离 Sink 节点一般比较远,从而节省了大量的传输能量。因此,WSN 中分布式压缩感知模型利用各节点感知数据的空间相关性,以非协作方式,通过对各节点的感知数据向量进行重构,以能量有效的方式满足事件估计的精确度要求。

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \sigma_z^2 \operatorname{erf}\left(\frac{\mu}{\sqrt{2}\sigma_z}\right) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \mu \sigma_z e^{-\frac{\mu^2}{2\sigma_z^2}} \\ &= \Psi(\sigma_z, \mu) \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $\Psi(\sigma_z, \mu)$ 是 σ_z, μ 的函数, $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ 。

通常 $\gamma(r)$ 有多种估计模型,根据文献[14]选取 $\gamma(r) = c(1 - e^{-\lambda r^2})$,其中参数 c 影响数据相关性的强弱, λ 反映了数据相关性随距离变化的快慢。参数 c 和 λ 取决于监控区域数据场空间相关特性,代入式(7),得

$$c(1 - e^{-\lambda r^2}) = \Psi(\sigma_z, \mu) \Rightarrow r = \left[\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{c}{c - \Psi(\sigma_z, \mu)}\right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

在各向同性统计过程中,根据节点历史数据统计规律,式(8)可以计算出不同误差门限 μ 条件下的事件区域EA的半径 r ,确定了事件区域EA的分布范围,从而Sink节点只需搜集EA中节点的感知数据,减少了处理数据的能量开销和执行时间。

其次,计算基于提升小波变换^[13]的小波基 Ψ 。设 X_N 对应某一时刻EA中节点集合 $E_J: \{n_1, n_2, \dots, n_N\}$ 的感知数据,设 $\lambda_J = X_N$ ($\lambda_J \in R^N$),根据文献[15]分布式小波变换算法,由节点地理位置不同,把 $E_J: \{n_1, n_2, \dots, n_N\}$ 节点集合分裂成 E_{J-1} 和 O_{J-1} ,对应的感知数据集合分别为 $\lambda_{J,E}$ 和 $\lambda_{J,O}$, T 表示提升小波变换,即:

$$\begin{cases} T(\lambda_J) = (\lambda_{J-1}, \gamma_{J-1}) \\ \gamma_{J-1} = \lambda_{J,O} - P(\lambda_{J,E}) \\ \lambda_{J-1} = \lambda_{J,E} + U(\gamma_{J-1}) \end{cases} \quad (9)$$

其中, γ_{J-1} 为小波系数集合, λ_{J-1} 为尺度系数集合, P 为线性预测算子, U 为线性更新算子,利用感知数据的空间相关性, $\lambda_{J,E}$ 可以很准确的预测 $\lambda_{J,O}$, γ_{J-1} 只包含很少的信息量。

对 λ_i ($i \in \{1, 2, \dots, J\}$)经过 J 次递归提升小波变换,可得:

$$T^J(\lambda_J) = \{\lambda_0, \gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_{J-1}\} \quad (10)$$

其中,小波系数集合 γ_i ($i \in \{0, 1, \dots, J-1\}$)中包含很多非常小的元素,把 γ_i 中低于门限值的小波系数清零得到 $\hat{\gamma}_i$,从而使用具有稀疏结构的 $\hat{\gamma}_i$ 对原信号 λ_J 进行精确重构,设 $T^{-J}(\cdot)$ 为提升小波逆变换。因为预测和更新算子都为线性运算, $T^J(\cdot)$ 和 $T^{-J}(\cdot)$ 都为线性变换,可得:

$$T^{-J}(\lambda_0, \hat{\gamma}_0, \hat{\gamma}_1, \dots, \hat{\gamma}_{J-1}) = \hat{\lambda}_J \approx \lambda_J \Leftrightarrow \Psi\theta \approx \lambda_J = X_N \quad (11)$$

其中, $\theta = (\lambda_0, \hat{\gamma}_0, \hat{\gamma}_1, \dots, \hat{\gamma}_{J-1})^T$, $\|\lambda_0\|_0 + \sum_{i=0}^{J-1} \|\hat{\gamma}_i\|_0 = k < N$,因此,获得EA中节点的拓扑结构,可以求得 X_N 小波基 Ψ ,并且 X_N 在小波基 Ψ 上呈现 k -稀疏性。

综上所述,基于小波变换的分布式压缩感知算法表示如下:

Step1:根据式(8),Sink节点计算出事件区域EA的分布半径,并通过组播路由方式激活EA中 n_i ($i = 1, 2, \dots, N$)节点组成簇,并选出簇头 n_h ($h \in \{1, 2, \dots, N\}$),Sink传递给簇头随机种子 $s_M: \{s_1, s_2, \dots, s_M\}$ 。

Step2:簇头生成观测矩阵 $\Phi = R(s_M, \tau_N)$,其中 $R(\cdot)$ 为伪随机数发生函数, $\tau_N: \{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N\}$, τ_i 为 n_i 的编号。

Step3:簇头与簇内节点通信,获得某一时刻EA内节点的感知数据 $X_N = (X_1, X_2, \dots, X_N)^T$,运行分布式压缩感知编码算法 $Y_M = \Phi X_N$,产生了 M ($M = ck < N, 2 \leq c \leq 4$)个压缩的观测数据 $Y_M = (Y_1, Y_2, \dots, Y_M)^T$ 。

Step4:簇头将 Y_M 传输到Sink节点。

Step5:Sink节点生成相同的观测矩阵 $\Phi = R(s_M, \tau_N)$,并通过式(11),获得小波基 Ψ 变换矩阵,运行分布式压缩感知解码算法:

$$\min_{\theta} \|\theta\|_1 \quad \text{subject to} \quad Y_M = \Phi\Psi\theta \quad (12)$$

通过求解 l_1 最优化问题,得到稀疏小波系数全局最优解 $\theta^* = (\lambda_0, \hat{\gamma}_0, \hat{\gamma}_1, \dots, \hat{\gamma}_{J-1})^T$,精确重构感知数据集 $\Psi\theta^* = \hat{X}_N$ 。

3 仿真实验

本文仿真主要考虑基于空间相关性的分布式压缩感知算法中重构误差和观测数据个数的关系,以及相对于直接传输感知数据的分簇路由算法,分布式压缩感知DCS在能量有效性方面的性能。

仿真以matlab为工具,用二维高斯分布来模拟WSN中空间相关性数据源,节点随机均匀分布在 $50 \text{ m} \times 50 \text{ m}$ 事件区域内,事件区域内分别随机分布60、90、120个节点,分别比较传输的观测数据个数和重构误差之间的关系。在指定时刻每节点产生1 bit数据,簇头获得所有节点的感知数据后,运行DCS编码算法,产生观测数据,并传输到Sink节点,由Sink运行DCS解码算法,以重构事件区域中节点的感知数据,并使用信号最大值对均方根RMS归一化来计算重构误差。

空间相关性数据的稀疏性是有损的,稀疏性越大,分布式压缩感知的观测数据个数越小,忽略的小波系数越多,重构误差越大。从图3可知,不同节点数情况下,Sink解码算法的归一化重构误差随观测数据个数增加呈下降趋势,当观测数据和感知数据个数接近时,重构误差趋向零。定义观测数据个数和感知数据个数之比为压缩比。从图4可知,DCS以增加归一化重构误差为代价减少传输的观测数据量,而且,当节点数越多,数据间的空间相关性越大,稀疏性越好,相同压缩比情况下,归一化重构误差随着节点数增加而减少,当节点数为120,压缩比为0.2对应的归一化重构误差小于0.05,因而,基于空间相关性DCS在满足应用误差要求的同时,对感知数据进行了很大的压缩。

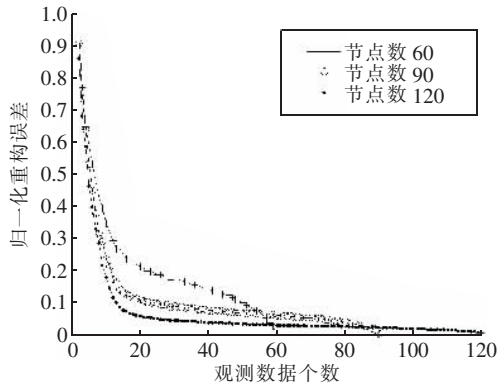


图3 归一化重构误差和观测数据个数的关系(不同节点数)

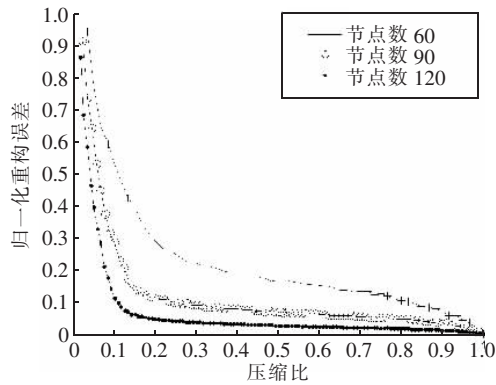


图4 归一化重构误差和压缩比的关系(不同节点数)

为了比较不同节点数情况下能量开销和重构误差的关系,仿真中簇头距离 Sink 节点的距离为 100 m,单位数据量的传输能量消耗为 $\beta d^\gamma + \varepsilon$,其中 $\gamma = 2$, $\beta = 100 \text{ pJ}/(\text{bit} \cdot \text{m}^{-2})$, $\varepsilon = 100 \text{ nJ}/\text{bit}$, d 为节点间传输距离。

在计算能量开销时,因为节点测的 DCS 编码算法计算开销很低,故只考虑簇头传输观测数据到 Sink 的传输能量,从图 5 可知,能量开销随着重构误差的增加呈下降趋势,当重构误差为零时,即观测数据和感知数据个数相等时,对应的能量开销为直接传输感知数据的分簇路由算法所消耗的能量,因此 DCS 可以根据应用所能容忍重构误差,最大程度地降低能量开销,同时又能满足事件估计的精确度要求。

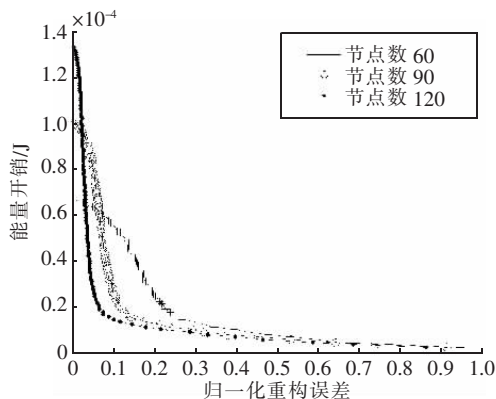


图5 能量开销和归一化重构误差的关系(不同节点数)

4 结束语

本文在 WSN 中基于空间相关性的分布式压缩感知 DCS 模型的基础上提出了 DCS 算法,利用 WSN 节点间感知数据的空间相关性和联合稀疏模型,以能量有效的方式对 WSN 感知数据进行压缩、重构。并通过仿真分析了基于空间相关性的 DCS 算法中重构误差和观测数据个数的关系,以及 DCS 在能量有效性方面的性能。结果表明基于空间相关性的 DCS 以能量有效的方式使得事件估计的失真度满足应用要求。下一步研究方向将着重考虑节点感知数据的时间相关性,建立基于时空相关性的 DCS 模型,进一步提高 DCS 算法性能。

参考文献:

- [1] DONOHO D. Compressed sensing[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2006, 52(4): 1289 - 1306.
- [2] CANDÈS E, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2006, 52(2): 489 - 509.
- [3] TROPP J, GILBERT A. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2007, 53(12): 4655 - 4666.
- [4] CANDÈS E, ROMBERG J, TAO T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements[J]. Comm Pure and Appl Math, 2006, 59: 1207 - 1223.
- [5] CHARTRAND R. Nonconvex compressed sensing and error correction[C]//Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). Hawaii, USA, 2007: 889 - 892.
- [6] ELAD M. Optimized Projections for Compressed Sensing[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2007, 55(12): 5695 - 5702.
- [7] LUSTIG M, SANTOS J M. Application of compressed sensing for rapid MR imaging[J]. Magn Reson Med, 2007, 58: 1182 - 1195.
- [8] BARON D, WAKIN M B, SARVOTHAM S. Distributed Compressed Sensing[R]. Rice University, 2006.
- [9] BARON D, DUARTE M F. An information-theoretic approach to distributed compressed sensing[C]//Proc 43th Allerton Conf Communication, Control and Computing. Monticello, IL, 2005.
- [10] BARON D, DUARTE M F, SARVOTHAM S, et al. Distributed compressed sensing of jointly sparse signals[C]//Proc 39th Asilomar Conf Signals, Systems and Computers. Pacific Grove, CA, 2005: 1537 - 1541.
- [11] WAKIN M B, SARVOTHAM S, DUARTE M F, et al. Recovery of jointly sparse signals from few random projections[C]//Proc Workshop on Neural Info Proc Sys(NIPS). Vancouver, 2005.

(下转第 22 页)